

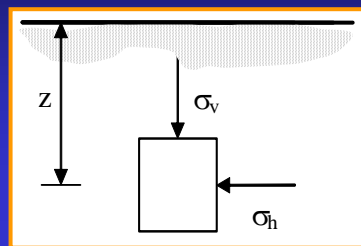


Spinta delle terre

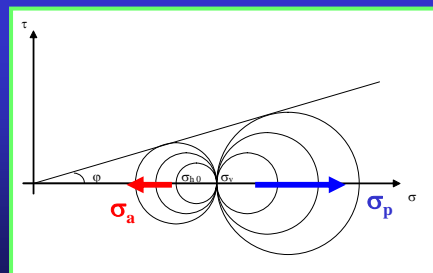
Prof. Ing. Giulio Dondi

SPINTA DELLE TERRE STATI TENSIONALI DEL TERRENO

Alla profondità z lo stato tensionale è individuato dalla tensione verticale σ_v e dalla tensione orizzontale σ_h .



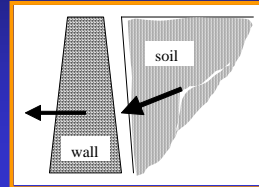
Se si ipotizza che tale stato sia lontano dalla rottura, esso è rappresentabile da un'infinità di cerchi di Mohr passanti per il punto di ascissa σ_v .



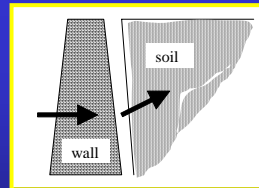
SPINTA DELLE TERRE

STATI TENSIONALI DEL TERRENO

SPINTA ATTIVA: spinta minima che bisogna applicare al paramento affinché non ne avvenga il collasso. Corrisponde al valore massimo dell'azione che le terre a tergo della parete esercitano sul muro.



SPINTA PASSIVA: spinta massima che il terreno è in grado di sopportare. È la reazione massima che il terreno esercita su una parete che tende a spingere l'ammasso.



SPINTA A RIPOSO: spinta corrispondente ad una condizione intermedia tra reazione attiva e passiva.

$$\sigma_a < \sigma_r < \sigma_p$$

SPINTA DELLE TERRE

TEORIE PER LA VALUTAZIONE DELLA PRESSIONE DEL TERRENO

SUPERFICIE DI ROTTURA PIANA

Teoria di Coulomb
o teoria del cuneo
di massima spinta



Teoria di Rankine o teoria
del masso illimitato

SUPERFICIE DI ROTTURA CURVILINEA

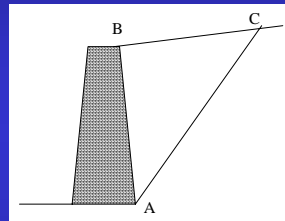


Teoria di Muller – Breslau
(Navfac)

SPINTA DELLE TERRE TEORIA DI COULOMB (1776)

Ipotesi:

1. Il terreno sostenuto dal muro è omogeneo, isotropo ed incoerente;
2. La superficie di rottura AC è approssimata ad un piano;
3. Le tensioni tangenziali resistenti sono uniformemente distribuite lungo il piano di rottura. Il coefficiente d'attrito f vale $f = \operatorname{tg} \phi$;
4. Il cuneo di rottura ABC si comporta come un corpo rigido;
5. Per effetto dello spostamento del muro all'interfaccia muro - terreno (AB) insorgono tensioni tangenziali dovute all'attrito;
6. La rottura avviene in condizioni di deformazione piana. Si considera, quindi, una porzione unitaria di muro ($\Delta z = 1$) infinitamente lungo.



SPINTA DELLE TERRE TEORIA DI COULOMB (1776)

Limiti della teoria:

1. Considera un terreno ideale;
2. Si ipotizza una superficie di rottura piana. Questa imprecisione influisce sul calcolo dei coefficienti di spinta.

Nel calcolo di k_a non comporta errori significativi, poiché si lavora a favore di sicurezza.

Nel calcolo di k_p comporta errori significativi, poiché si sovrastima la spinta.

Massima cautela

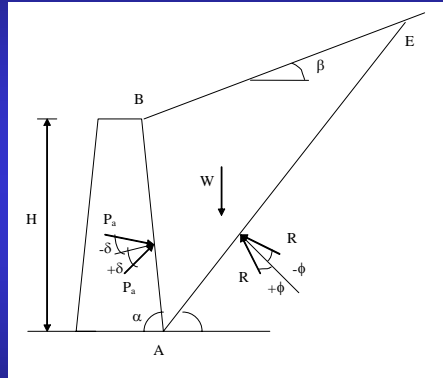
SPINTA DELLE TERRE TEORIA DI COULOMB (1776)

Il valore della spinta P_a si ricava dall'equilibrio delle forze agenti sul muro:

W = peso proprio del cuneo di terreno ABE;

R = risultante delle azioni che si trasmettono i due ammassi di terreno lungo la superficie di rottura;

P_a = risultante delle azioni che si trasmettono lungo l'interfaccia muro- terreno.

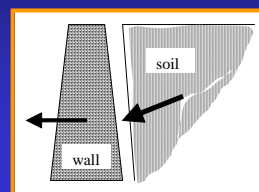
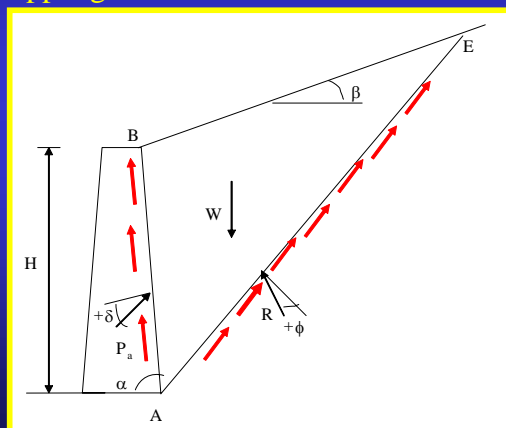


Le risultanti R e P_a possono avere un'inclinazione pari rispettivamente a $\pm\phi$ (angolo d'attrito del terreno) e $\pm\delta$ (angolo d'attrito muro-terreno) a seconda del cinematiso dell'ammasso.

SPINTA DELLE TERRE TEORIA DI COULOMB (1776)

CASO ATTIVO: il cuneo si sposta verso il basso.

Le tensioni tangenziali lungo AC ed AB si oppongono al moto.

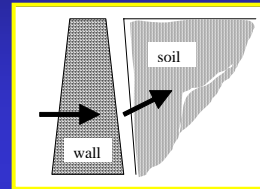
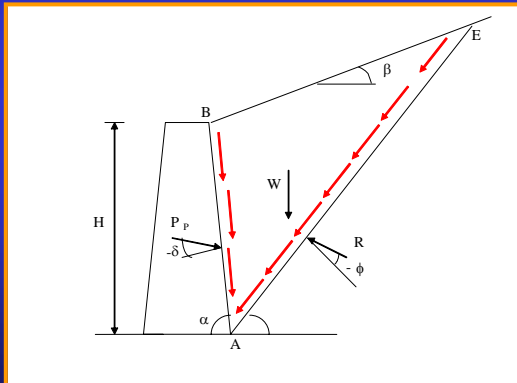


R è inclinata di $+\phi$
 P_a è inclinata di $+\delta$

SPINTA DELLE TERRE TEORIA DI COULOMB (1776)

CASO PASSIVO: il cuneo si sposta verso l'alto.

Le tensioni tangenziali lungo AC ed AB hanno direzione opposta al caso attivo.



R è inclinata di $-\phi$
 P_a è inclinata di $-\delta$

SPINTA DELLE TERRE TEORIA DI COULOMB (1776)

VALUTAZIONE DELLA PRESSIONE ATTIVA

Si calcola il peso del cuneo di terreno cuneo:

$$W = \gamma A l$$

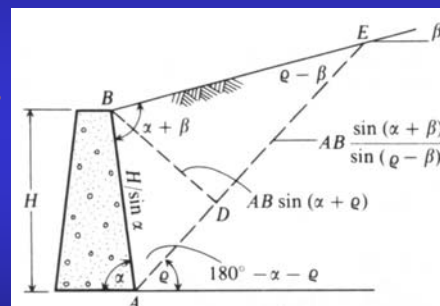
con: γ = peso specifico del terreno;
 $A \cdot l$ = volume del cuneo.

$$A = \frac{1}{2} BD \cdot AE$$

$$AE = AB \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\rho - \beta)}$$

$$AB = \frac{H}{\sin \alpha}$$

$$BD = AB \sin(\alpha + \rho)$$



$$W = \frac{\gamma H^2}{2 \sin^2 \alpha} \left[\sin(\alpha + \rho) \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\rho - \beta)} \right]$$

SPINTA DELLE TERRE TEORIA DI COULOMB (1776)

VALUTAZIONE DELLA PRESSIONE ATTIVA

Il valore della pressione attiva si ricava dall'equilibrio delle forze agenti sul cuneo.

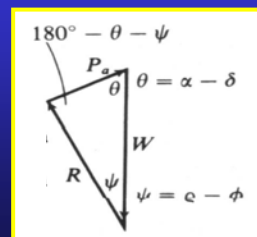
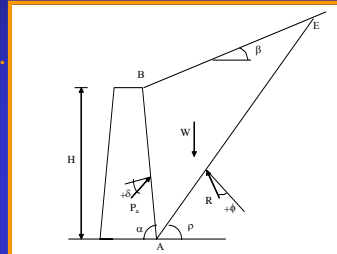
Si costruisce il triangolo delle forze.

Si applica il teorema dei seni:

$$\frac{P_a}{\sin(\rho - \phi)} = \frac{W}{\sin(180 - \alpha - \rho + \phi + \delta)}$$



$$P_a = \frac{W \sin(\rho - \phi)}{\sin(180 - \alpha - \rho + \phi + \delta)}$$



SPINTA DELLE TERRE

TEORIA DI COULOMB (1776)

VALUTAZIONE DELLA PRESSIONE ATTIVA

Sostituendo il valore di W nell'espressione di P_a si ottiene:

$$P_a = \frac{\gamma H^2}{2 \sin^2 \alpha} \left[\sin(\alpha + \rho) \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\rho - \beta)} \right] \frac{\sin(\rho - \phi)}{\sin(180 - \alpha - \rho + \phi + \delta)}$$

α , ϕ e δ sono delle costanti



$$P_a = f(\rho)$$



La spinta attiva si ottiene determinando il massimo della funzione $P_a(\rho)$.

SPINTA DELLE TERRE
TEORIA DI COULOMB (1776)
VALUTAZIONE DELLA PRESSIONE ATTIVA

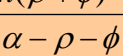
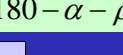
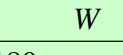
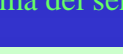
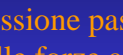
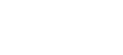
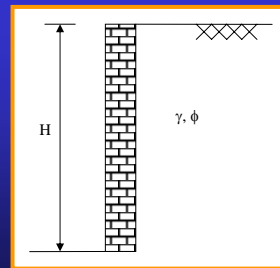
$$\frac{dP_a}{d\rho} = 0 \Rightarrow P_a = \frac{\gamma H^2}{2} \frac{\sin^2(\alpha + \phi)}{\sin^2 \alpha \sin(\alpha - \delta) \left[1 + \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi - \beta)}{\sin(\alpha - \delta) \sin(\alpha + \beta)}} \right]^2} = \frac{\gamma H^2}{2} K_a$$

K_a = coefficiente di spinta attiva

Nel caso in cui: $\beta = \delta = 0, \alpha = 90^\circ$:

$$P_a = \frac{\gamma H^2}{2} \frac{(1 - \sin \phi)}{(1 + \sin \phi)} = \frac{\gamma H^2}{2} \tan^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) = \frac{\gamma H^2}{2} K_a$$

Coincide con l'equazione di Rankine
 la quale ipotizza $\delta = 0$.



SPINTA DELLE TERRE
TEORIA DI COULOMB (1776)
VALUTAZIONE DELLA PRESSIONE PASSIVA

Il valore della pressione passiva si ricava dall'equilibrio delle forze agenti sul cuneo.

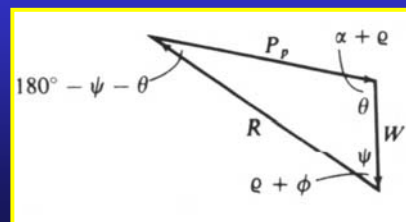
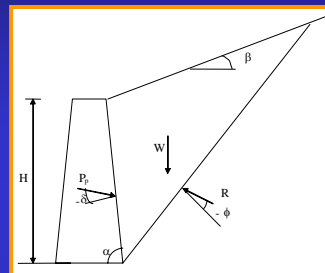
Si costruisce il triangolo delle forze.

Si applica il teorema dei seni:

$$\frac{P_p}{\sin(\rho + \phi)} = \frac{W}{\sin(180 - \alpha - \rho - \phi - \delta)}$$



$$P_p = \frac{W \sin(\rho + \phi)}{\sin(180 - \alpha - \rho - \phi - \delta)}$$



SPINTA DELLE TERRE
TEORIA DI COULOMB (1776)
VALUTAZIONE DELLA PRESSIONE PASSIVA

Sostituendo il valore di W nell'espressione di P_p si ottiene:

$$P_p = \frac{\gamma H^2}{2 \sin^2 \alpha} \left[\sin(\alpha + \rho) \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin(\rho - \beta)} \right] \frac{\sin(\rho + \phi)}{\sin(180 - \alpha - \rho - \phi - \delta)}$$

α, ϕ e δ sono delle costanti $\Rightarrow P_p = f(\rho)$



La spinta passiva si ottiene determinando il minimo della funzione $P_p(\rho)$.

SPINTA DELLE TERRE
TEORIA DI COULOMB (1776)
VALUTAZIONE DELLA PRESSIONE PASSIVA

$$\frac{dP_p}{d\rho} = 0 \Rightarrow P_p = \frac{\gamma H^2}{2} \frac{\sin^2(\alpha - \phi)}{\sin^2 \alpha \sin(\alpha + \delta) \left[1 - \sqrt{\frac{\sin(\phi + \delta) \sin(\phi + \beta)}{\sin(\alpha + \delta) \sin(\alpha + \beta)}} \right]^2} = \frac{\gamma H^2}{2} K_p$$

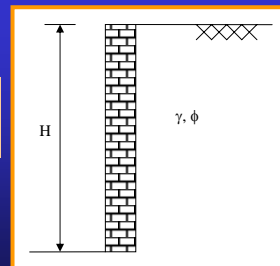
K_p = coefficiente di spinta passiva

Nel caso in cui: $\beta = \delta = 0, \alpha = 90^\circ$:

$$P_p = \frac{\gamma H^2}{2} \frac{(1 + \sin \phi)}{(1 - \sin \phi)} = \frac{\gamma H^2}{2} \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) = \frac{\gamma H^2}{2} K_p$$



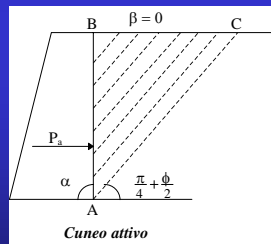
Coincide con l'equazione di Rankine la quale ipotizza $\delta = 0$.



SPINTA DELLE TERRE INCLINAZIONE DEL CUNEO DI SPINTA CASO DI ESTRADOSSO PIANO

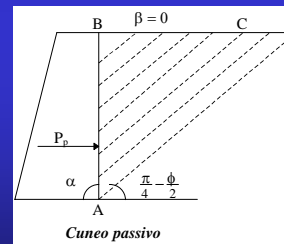
CASO ATTIVO

$$\rho = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$$



CASO PASSIVO

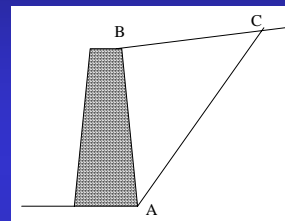
$$\rho = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}$$



SPINTA DELLE TERRE TEORIA DI RANKINE (1875)

Ipotesi:

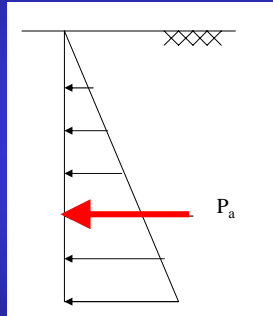
1. Il terreno sostenuto dal muro è omogeneo, isotropo ed incoerente;
2. La superficie di rottura AC è approssimata ad un piano;
3. Le tensioni tangenziali resistenti sono uniformemente distribuite lungo il piano di rottura. Il coefficiente d'attrito f vale $f = \operatorname{tg} \phi$;
4. Il cuneo di rottura ABC si comporta come un corpo rigido;
5. La rottura avviene in condizioni di deformazione piana. Si considera, quindi, una porzione unitaria di muro ($\Delta z = 1$) infinitamente lungo.



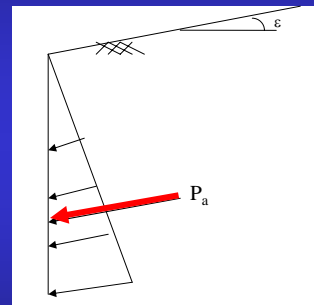
➡ Stesse ipotesi di teoria di Coulomb, ma si trascura l'attrito tra muro e terreno.

SPINTA DELLE TERRE TEORIA DI RANKINE (1875)

Si ipotizza che le tensioni siano parallele all'estradosso del terreno.



ESTRADOSSO PIANO
($\varepsilon = 0$)



ESTRADOSSO INCLINATO
($\varepsilon > 0$)

SPINTA DELLE TERRE TEORIA DI RANKINE (1875) COEFFICIENTI DI SPINTA

$$K_a = \cos \beta \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}$$

$$K_p = \cos \beta \frac{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \phi}}$$

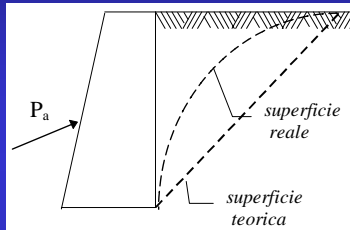
Nel caso in cui: $\beta = 0$:

$$K_a = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \operatorname{tg}^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right)$$

$$K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \operatorname{tg}^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right)$$

SPINTA DELLE TERRE ANDAMENTO DELLA SUPERFICIE DI ROTTURA

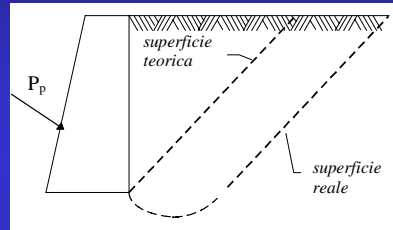
Finora è stata ipotizzata la planarità della superficie di scorrimento.
In realtà quest'ultima si avvicina ad una spirale logaritmica.



CASO ATTIVO

L'ammasso di terreno di cui si deve tener conto è minore di quello ottenuto con superficie di rottura piana.

SICUREZZA



CASO PASSIVO

Sovrastima della spinta passiva

MASSIMA CAUTELA

SPINTA DELLE TERRE ANDAMENTO DELLA SUPERFICIE DI ROTTURA: CONFRONTO PIANA - LOGARITMICA

		$\delta / \phi = 0.5$		$\delta / \phi = 1$	
	ϕ	Superficie di rottura piana	Spirale logaritmica	Superficie di rottura piana	Spirale logaritmica
K_a	30	0.30	0.28	0.30	0.29
	40	0.21	0.18	0.20	0.20
K_p	30	4.95	4.66	10.05	6.93
	40	11.83	9.58	80.64	18.28

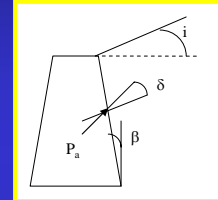
Sovrastima del contributo stabilizzante ←

← Sovrastima della spinta passiva

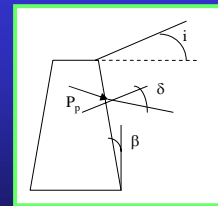
SPINTA DELLE TERRE TEORIA DI MULLER - BRESLAU

Ipotizza una superficie di scorrimento curvilinea
(spirale logaritmica).

$$K_A = \frac{\cos^2(\phi' - \beta)}{\cos^2 \beta \cos(\beta + \delta) \left[1 + \frac{\sin(\delta + \phi') \sin(\phi' - i)}{\cos(\beta + \delta) \cos(\beta - i)} \right]^2}$$



$$K_P = \frac{\cos^2(\phi' + \beta)}{\cos^2 \beta \cos(\beta - \delta) \left[1 - \frac{\sin(\delta + \phi') \sin(\phi' + i)}{\cos(\beta - \delta) \cos(\beta - i)} \right]^2}$$



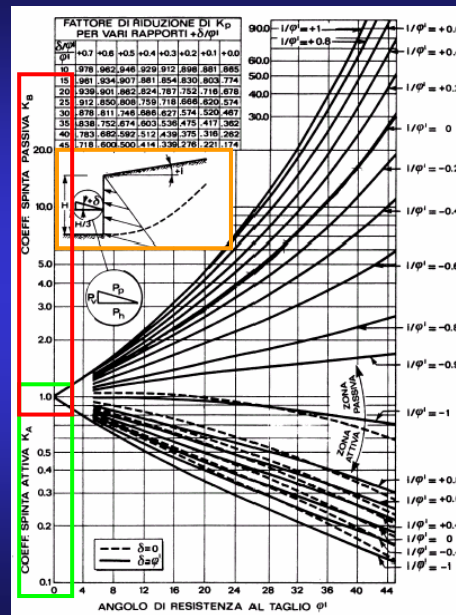
DIAGRAMMI FORNITI DAL Navfac

Ipotizzano una superficie di rottura a spirale logaritmica.

Forniscono il valore di K_a e K_p .

K_a ➔ Al di sotto di 1
sull'asse delle ordinate

K_p ➔ Al di sopra di 1
sull'asse delle ordinate

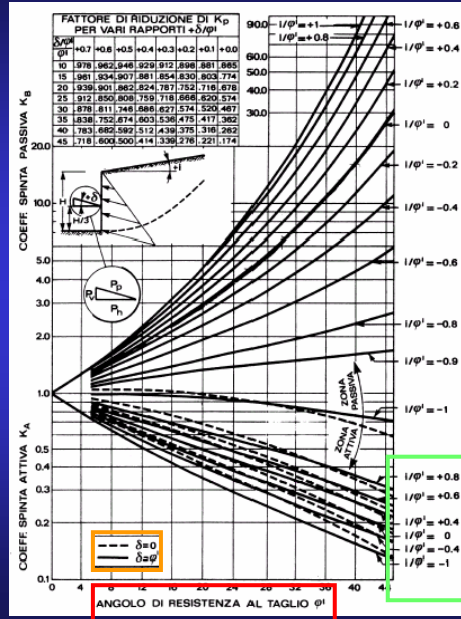


SPINTA DELLE TERRE

DIAGRAMMI FORNITI DAL Navfac VALUTAZIONE DI K_a

Il valore di k_a si valuta in funzione di diversi fattori:

- l'angolo di attrito del terreno ϕ ;
- il rapporto tra l'inclinazione dell'estradosso del terreno e l'angolo d'attrito i/ϕ .
- l'angolo d'attrito muro-terreno δ .

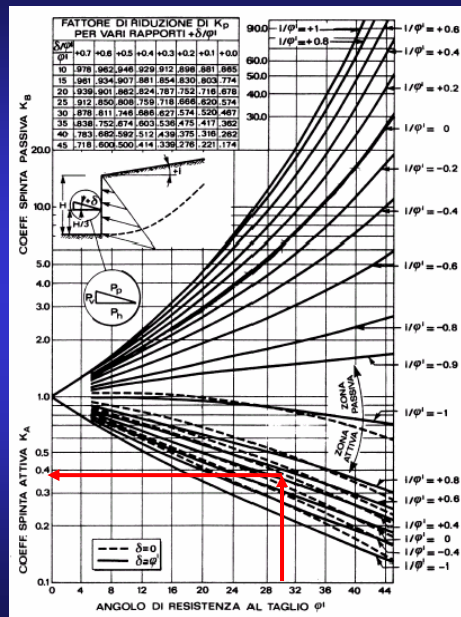


SPINTA DELLE TERRE

DIAGRAMMI FORNITI DAL Navfac VALUTAZIONE DI K_a : ESEMPIO

DATI:
 $\phi = 30^\circ$;
 $\delta = 0^\circ$.
 $i = 12^\circ$.

$i / \phi = 0.4$
 $K_a = 0.4$

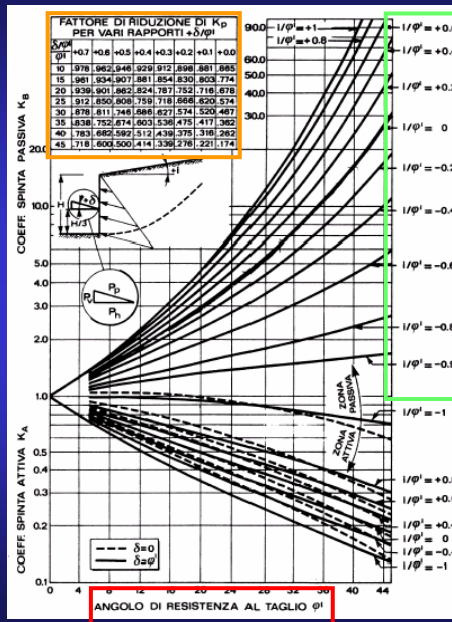


SPINTA DELLE TERRE

DIAGRAMMI FORNITI DAL Navfac VALUTAZIONE DI K_p

Il valore di k_p si valuta in funzione di diversi fattori:

- l'angolo di attrito del terreno ϕ ;
 - il rapporto tra l'inclinazione dell'estradosso del terreno e l'angolo d'attrito i/ϕ .
 - il rapporto tra l'angolo d'attrito muro-terreno e l'angolo d'attrito del terreno δ/ϕ .
- Serve per determinare il fattore correttivo.



SPINTA DELLE TERRE

DIAGRAMMI FORNITI DAL Navfac VALUTAZIONE DI K_p : ESEMPIO

DATI:

$\phi = 30^\circ$;

$i = 12^\circ$.

$\delta = 10^\circ$.

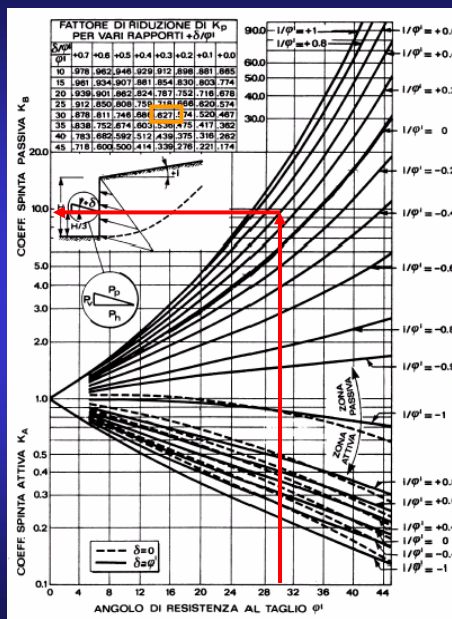
$K_p = F_c * K_p^* = 6$

$i / \phi = 0.4$

$K_p^* = 9.5$

$\delta / \phi = 0.3$

$F_c = 0.627$



SPINTA DELLE TERRE

VALORI INDICATIVI DELL'ANGOLO δ

$$\delta = \frac{2}{3} \div \frac{3}{4} \phi$$

Calcestruzzo magro

Palancole in acciaio

Calcestruzzo
casserato o
palancole in ca

Vari materiali
strutturali (muratura,
roccia vulcanica,
muratura su legno,..)

Interface Materials	Friction factor, tan (delta)	Friction angle (delta) degrees
Mass concrete on the following foundation materials:		
Clean sound rock.....	0.70	35
Clean gravel, gravel-sand mixtures, coarse sand...	0.55 to 0.60	29 to 31
Clean fine to medium sand, silty medium to coarse sand, silty or clayey gravel.....	0.45 to 0.55	24 to 29
Clean fine sand, silty or clayey fine to medium sand.....	0.35 to 0.45	19 to 24
Fine sandy silt, nonplastic silt.....	0.30 to 0.35	17 to 19
Very stiff and hard residual or preconsolidated clay.....	0.40 to 0.50	22 to 26
Medium stiff and stiff clay and silty clay.....	0.30 to 0.35	17 to 19
(Masonry on foundation materials has same friction factors.)		
Steel sheet piles against the following soils:		
Clean gravel, gravel-sand mixtures, well-graded rock fill with spalls.....	0.40	22
Clean sand, silty sand-gravel mixture, single size hard rock fill.....	0.30	17
Silty sand, gravel or sand mixed with silt or clay	0.25	14
Fine sandy silt, nonplastic silt.....	0.20	11
Formed concrete or concrete sheet piling against the following soils:		
Clean gravel, gravel-sand mixture, well-graded rock fill with spalls.....	0.40 to 0.50	22 to 26
Clean sand, silty sand-gravel mixture, single size hard rock fill.....	0.30 to 0.40	17 to 22
Silty sand, gravel or sand mixed with silt or clay	0.30	17
Fine sandy silt, nonplastic silt.....	0.25	14
Various structural materials:		
Masonry on masonry, igneous and metamorphic rocks:		
Dressed soft rock on dressed soft rock.....	0.70	35
Dressed hard rock on dressed soft rock.....	0.65	33
Dressed hard rock on dressed hard rock.....	0.55	29
Masonry on wood (cross grain).....	0.50	26
Steel on steel at sheet pile interlocks.....	0.30	17

SPINTA DELLE TERRE PRESSIONI DEL TERRENO

PRESSIONE A RIPOSO:

$$\sigma_{h0}' = K_0 \sigma_{v0}'$$

con: σ_{h0}' = tensione orizzontale efficace;
 σ_{v0}' = tensione verticale efficace;
 K_0 = coefficiente di spinta a riposo.

PRESSIONE ATTIVA:

Terreni incoerenti:

$$\sigma_A' = K_A \sigma_v' = tg^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) \sigma_v'$$

Terreni coerenti:

$$\sigma_A' = K_A \sigma_v' - 2c \sqrt{K_A} = tg^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right) \sigma_v' - 2c \sqrt{tg^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right)}$$

PRESSIONE PASSIVA:

Terreni incoerenti:

$$\sigma_P' = K_P \sigma_v' = tg^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) \sigma_v'$$

Terreni coerenti:

$$\sigma_P' = K_P \sigma_v' + 2c \sqrt{K_P} = tg^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right) \sigma_v' + 2c \sqrt{tg^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right)}$$

SPINTA DELLE TERRE COEFFICIENTE DI SPINTA A RIPOSO (K_0)

$$K_0 = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v} \quad \text{con: } \sigma'_h = \text{tensione orizzontale efficace;} \\ \sigma'_v = \text{tensione verticale efficace.}$$

Terreni normalconsolidati: $K_0(NC) = 1 - \sin \phi$
con ϕ angolo d'attrito del terreno.

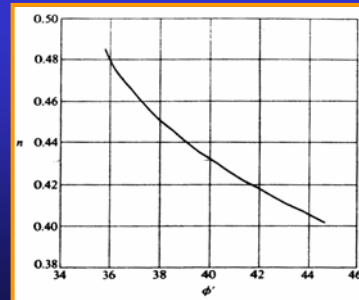
Terreni sovraconsolidati: $K_0(OC) = K_0(NC) * OCR^n = K_0(NC) * \left(\frac{\sigma'_p}{\sigma'_v}\right)^n$

con: OCR = grado di preconsolidazione;
n = parametro empirico da calcolare;
 σ'_p = tensione di preconsolidazione.

Per le argille: $n = 0.54 * 10^{\frac{I_p}{281}}$

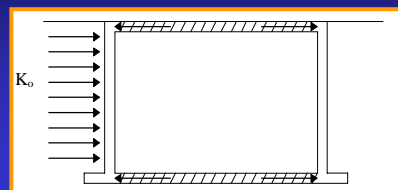
con I_p = indice plastico.

Per le sabbie: n si valuta in funzione di ϕ .

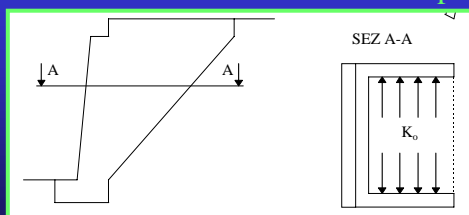


SPINTA DELLE TERRE APPLICAZIONI DELLA SPINTA A RIPOSO

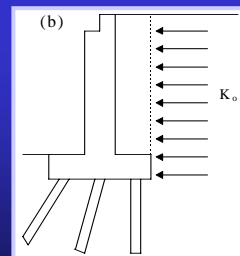
Struttura scatolare: la soletta superiore e quella inferiore si comportano come puntoni, così da non consentire alcun spostamento.



Struttura rigida (spalla da ponte): si ha un collegamento tra i due muri laterali che non consente loro di aprirsi.

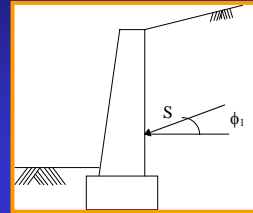


Struttura su pali:

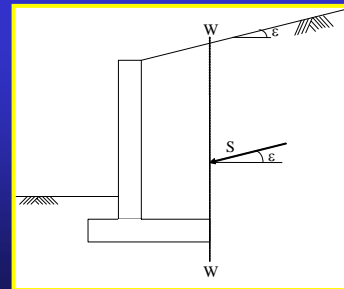


SPINTA DELLE TERRE APPLICAZIONI DELLE SPINTE ATTIVA E PASSIVA

Teoria di Coulomb → Muri a gravità
Resistono in funzione del peso proprio.



Teoria di Rankine → Muri snelli in ca
Resistono in funzione del peso proprio
e del peso del terreno imbarcato.

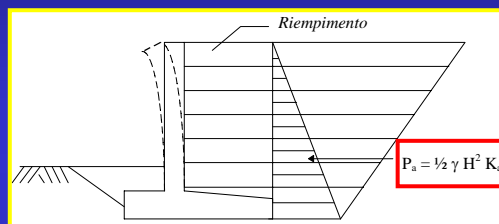


SPINTA DELLE TERRE APPLICAZIONI DELLE SPINTE ATTIVA E PASSIVA

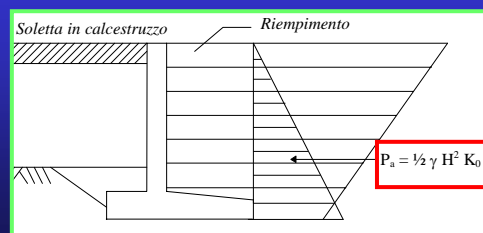
Fasi di costruzione della struttura di sostegno:

- fase 0: realizzazione dello scavo;
- fase 1: realizzazione della struttura;
- fase 2: riempimento per strati.

Se alla struttura è consentito di spostarsi, cioè se non sono presenti vincoli particolari, dietro ad essa si manifesta la spinta attiva.



Se, invece, non si possono verificare spostamenti (ad esempio si realizza una soletta in calcestruzzo), bisogna tenere conto di un aumento della spinta, in quanto il coefficiente K_a si sposta verso K_0 .

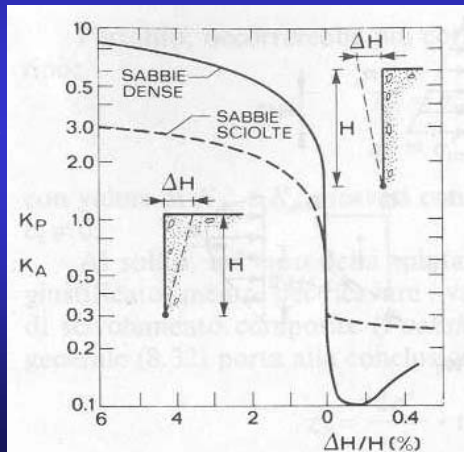


SPINTA DELLE TERRE INFLUENZA DEGLI SPOSTAMENTI DELLA STRUTTURA SUL REGIME DELLE SPINTE

Prove sperimentali dimostrano che gli spostamenti dell'opera necessari a raggiungere le situazioni limite attiva e passiva sono profondamente diversi tra loro.

Per la mobilitazione della spinta attiva è richiesto uno spostamento della sommità del muro dell'ordine dello 0.1-0.2% della sua altezza.

Per la mobilitazione della spinta passiva è richiesto uno spostamento della sommità del muro che può variare dal 2-8% (sabbie dense) al 5-20% (sabbie sciolte).



SPINTA DELLE TERRE STATI DI EQUILIBRIO LIMITE

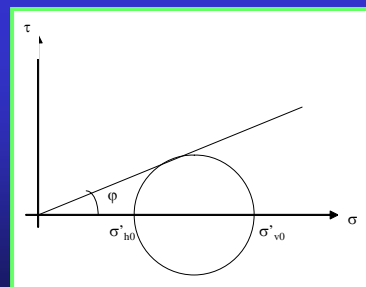
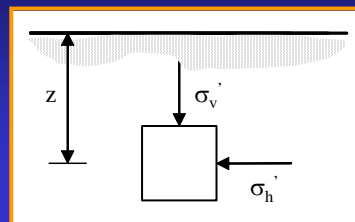
Si consideri un elemento di terreno posto alla profondità z nella condizione a riposo.

$$K_0 = \frac{\sigma'_{h0}}{\sigma'_{v0}}$$

$$K_0 < 1 \quad \rightarrow \quad \sigma'_{h0} < \sigma'_{v0}$$

$$\sigma'_{v0} = \gamma' z$$

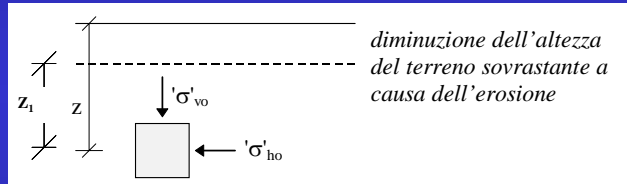
$$\sigma'_{h0} = K_0 \gamma' z$$



SPINTA DELLE TERRE STATI DI EQUILIBRIO LIMITE

Ci sono casi in cui si può verificare $\sigma'_{ho} > \sigma'_{vo}$.

↳ Erosione del terreno: la quota della superficie diminuisce in seguito all'erosione, provocando un calo della σ'_{vo} .



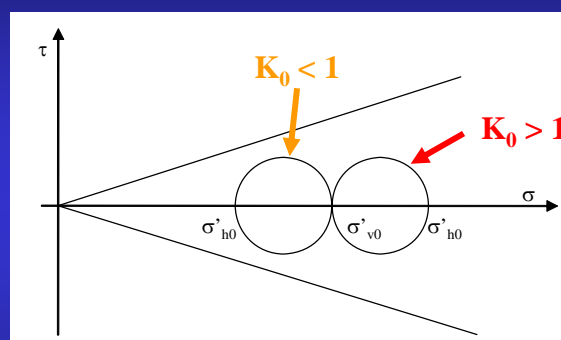
	Quota	σ'_{vo}	σ'_{ho}
t = 0	z	$\gamma'z$	$K_0\gamma'z$
t = 1	$z_1 = z/2$	$\gamma'(z/2)$	$K_0\gamma'z$

Se $K_0 = 0.8$:

$$\sigma'_{ho} = 0.8z\gamma'$$

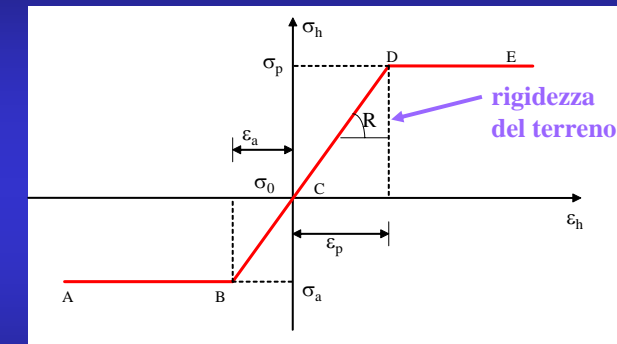
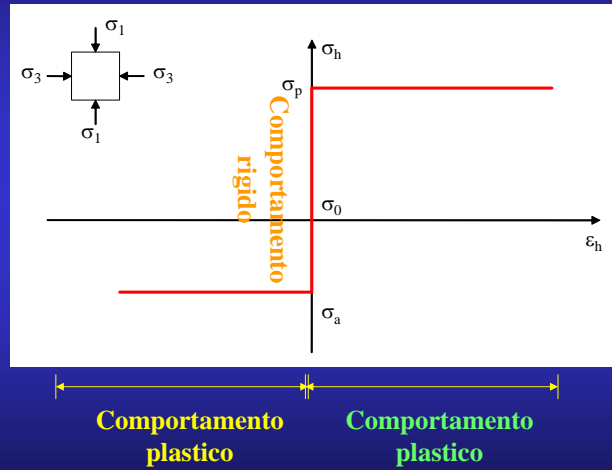
$$\sigma'_{ho} > \sigma'_{vo}$$

SPINTA DELLE TERRE STATI DI EQUILIBRIO LIMITE



Nel calcolo si fa riferimento alla condizione di equilibrio limite in quanto si presuppone che in alcuni punti si sia raggiunta la plasticizzazione.

SPINTA DELLE TERRE
COMPORTAMENTO DEL TERRENO
COMPORTAMENTO RIGIDO – PERFETTAMENTE PLASTICO



Comportamento plastico
Comportamento elastico
Comportamento plastico

SPINTA DELLE TERRE COMPORTAMENTO ELASTO – PLASTICO VALUTAZIONE DELLA RIGIDEZZA DEL TERRENO: FORMULA DI JAMBU

$$R = m(\sigma'_h)^n$$

σ'_h = pressione orizzontale efficace = $K_0 * \sigma'_v$

n = esponente del modulo

m = numero del modulo

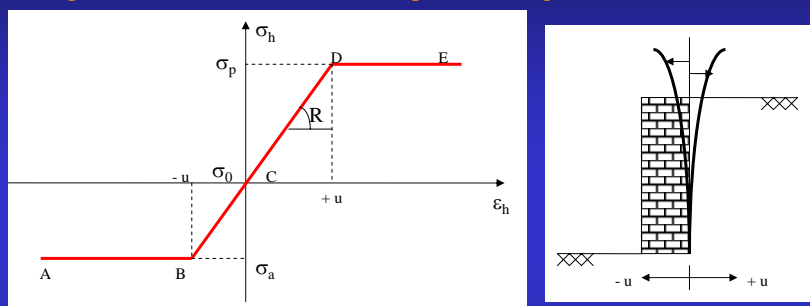
	n
Sabbia	0.5 – 0.6
Limo	0.7 – 0.8
Argilla	0.9 – 1.0

SABBIE		
D_r [%]	ϕ [°]	m
20	27.5	160
30	29	185
40	30.5	220
50	32	250
60	33.5	280
70	35	310
80	36.5	340
90	38	380

ARGILLE	
c_u [kg/cm ²]	m
0.125	30
0.25	40
0.50	60
1.00	105
2.00	200

SPINTA DELLE TERRE COMPORTAMENTO ELASTO – PLASTICO DEL TERRENO

Le spinte variano in funzione dello spostamento globale della struttura.



Uno spostamento verso le u positive superiore a $+u$ mobilita la spinta passiva.

Uno spostamento verso le u negative superiore a $-u$ mobilita la spinta attiva.

Tra $+u$ e $-u$ si ipotizza una variazione lineare della spinta.

SPINTA DELLE TERRE COMPORTAMENTO DEL TERRENO COMPORTAMENTO ELASTO - PLASTICO

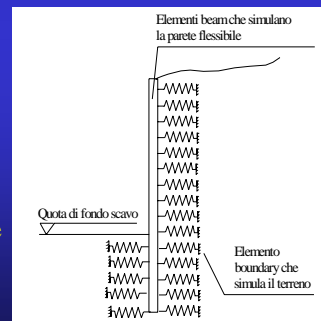
È utile per il calcolo di strutture di sostegno flessibili (berlinesi), caratterizzate da una deformabilità flessionale tale da influenzare in modo determinante l'entità e la distribuzione delle pressioni esercitate dal terreno.

Permette di tener conto della successione delle fasi di costruzione.

Si utilizza il metodo ad elementi finiti (FEM).

La struttura si schematizza come un elemento trave discretizzato in elementi finiti beam verticali.

Il terreno si schematizza come un insieme di molle elasto - plastiche connesse ai nodi della struttura.



SPINTA DELLE TERRE VERIFICHE DI STABILITÀ

1. Verifica al ribaltamento del muro;
2. Verifica allo scorrimento del muro;
3. Verifica allo schiacciamento del muro;
4. Verifica di stabilità globale del muro.

SPINTA DELLE TERRE VERIFICA AL RIBALTAMENTO DEL MURO

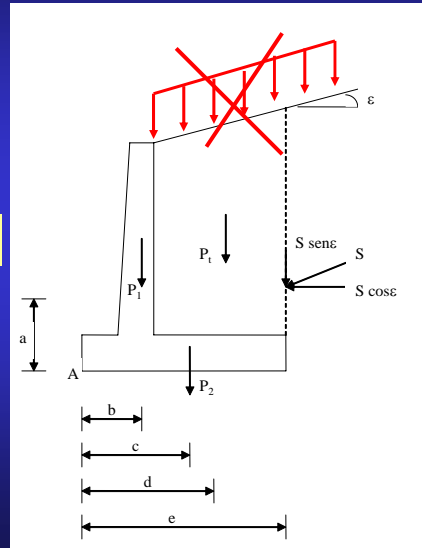
$$FS = \frac{\sum M_{STABILIZZANTE}}{\sum M_{DESTABILIZZANTE}} \geq 1.5$$

Si calcolano i momenti rispetto al punto A.

$$M_{STAB} = bP_1 + cP_2 + dP_t + e(S \sin \varepsilon)$$

$$M_{DESTAB} = a(S \cos \varepsilon)$$

Si trascura il contributo di un eventuale sovraccarico.



SPINTA DELLE TERRE VERIFICA ALLO SCORRIMENTO DEL MURO

$$FS = \frac{\sum T_{STABILIZZANTE}}{\sum T_{DESTABILIZZANTE}} \geq 1.3$$

$$T_{STAB} = (P_1 + P_2 + P_t + S \sin \varepsilon) \operatorname{tg} \delta + \frac{1}{2} S_p$$

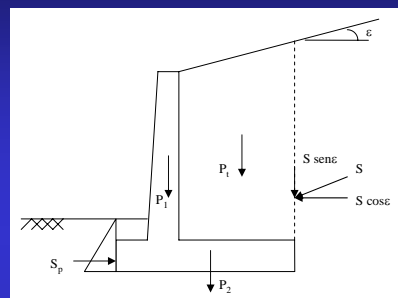
δ = attrito fra muro e terreno

D.M. 11/03/1988

$$T_{DESTAB} = S \cos \varepsilon$$

Si trascura il contributo di un eventuale sovraccarico.

Nel caso di terreno coesivo l'espressione di T_{STAB} non varia.



SPINTA DELLE TERRE VERIFICA ALLO SCORRIMENTO DEL MURO

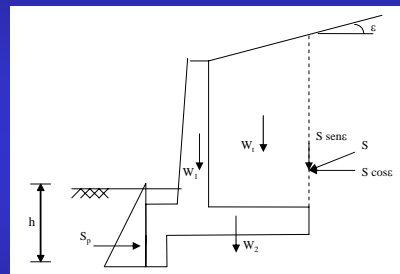
Se la verifica allo scorrimento del muro non è soddisfatta?

TAGLIONE A VALLE:

$$T_{STAB} = \left(\sum_1^n (W_i + S \sin \varepsilon) \operatorname{tg} \phi' \right) + \frac{1}{2} S_P$$

$$T_{DESTAB} = S \cos \varepsilon$$

$$S_P = \frac{1}{2} \gamma h^2 K_P$$

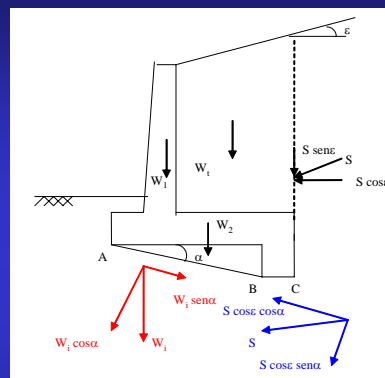


SPINTA DELLE TERRE VERIFICA ALLO SCORRIMENTO DEL MURO

Se la verifica allo scorrimento del muro non è soddisfatta?

TAGLIONE A MONTE:

La superficie di scorrimento non è più quella orizzontale, ma è inclinata di α . Lungo ABC è mobilitabile l'intero valore di ϕ' .



$$T_{DESTAB} = S \cos \varepsilon \cos \alpha - \sum W_i \sin \alpha - S \sin \varepsilon \sin \alpha$$

$$T_{STAB} = \sum (W_i \cos \alpha + S \cos \varepsilon \sin \alpha + S \sin \varepsilon \cos \alpha) \operatorname{tg} \phi'$$

La realizzazione del taglione a monte risulta più complicata dal punto di vista costruttivo.

SPINTA DELLE TERRE VERIFICA ALLO SCHIACCIAMENTO DEL MURO

$$M_c = \sum F_i b_i = bP_1 - cP_t + a(S \cos \varepsilon) - d(S \sin \varepsilon)$$

$$Y = P_1 + P_2 + P_t + S \sin \varepsilon$$

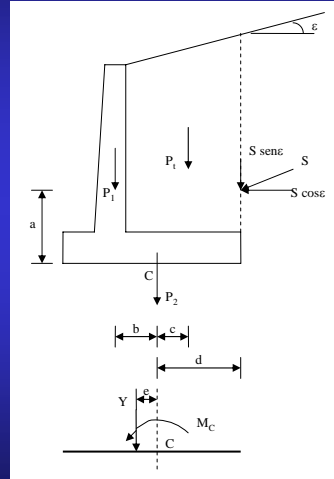
$$e = \frac{M_c}{Y}$$

$$e \leq \frac{b}{6}$$

➔ La risultante cade entro il nocciolo centrale d'inerzia. La sezione è interamente compressa

$$e > \frac{b}{6}$$

➔ La risultante cade all'esterno del nocciolo centrale d'inerzia. La sezione è parzializzata



Si trascura il contributo di un eventuale sovraccarico.

SPINTA DELLE TERRE VERIFICA ALLO SCHIACCIAMENTO DEL MURO

CASO 1: $e < b/6$

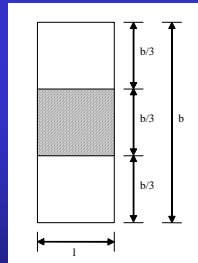
$$\sigma_1 = \frac{Y}{A} + \frac{M_c}{W}$$

$$\sigma_2 = \frac{Y}{A} - \frac{M_c}{W}$$

Si considera un concio unitario di fondazione.

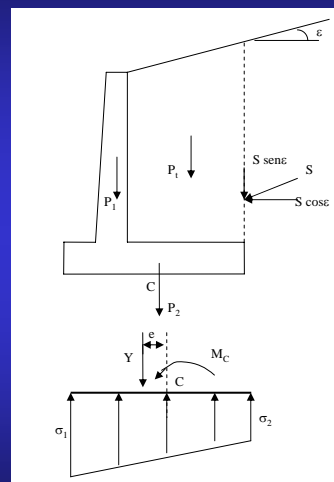
$$A = 1 * b$$

$$W = \frac{J}{\frac{b}{2}} = \frac{\frac{b^3 * 1}{12}}{\frac{b}{2}} = \frac{b^2}{6}$$



$$\sigma_1 = \frac{Y}{b} + \frac{6M_c}{b^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{Y}{b} - \frac{6M_c}{b^2}$$



SPINTA DELLE TERRE

VERIFICA ALLO SCHIACCIAMENTO DEL MURO

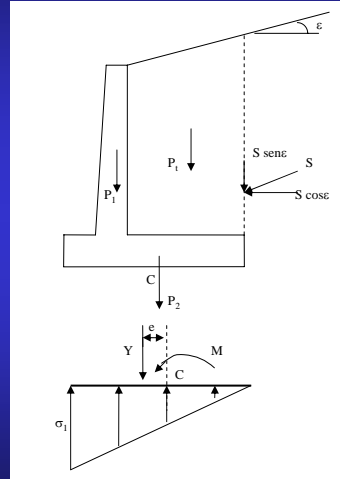
CASO 2: $e = b/6$

$$\sigma_1 = \frac{Y}{A} + \frac{M_C}{W} \quad \sigma_2 = 0$$

$$M_C = Ye$$

$$e = \frac{b}{6}$$

$$\sigma_1 = \frac{Y}{b} + \frac{6M_C}{b^2} = 2 \frac{Y}{b}$$



SPINTA DELLE TERRE

VERIFICA ALLO SCHIACCIAMENTO DEL MURO

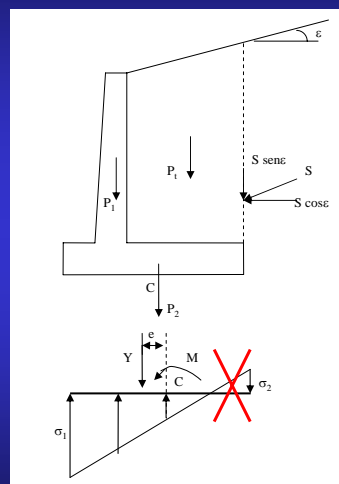
CASO 3: $e > b/6$

La risultante cade fuori al nocciolo centrale d'inerzia. Insorgono sforzi di compressione (σ_1) e sforzi di trazione (σ_2). La sezione si parzializza.

Ma all'interfaccia fondazione – terreno non si possono avere trazioni.



Si trascura una parte del diagramma.



SPINTA DELLE TERRE

VERIFICA ALLO SCHIACCIAMENTO DEL MURO

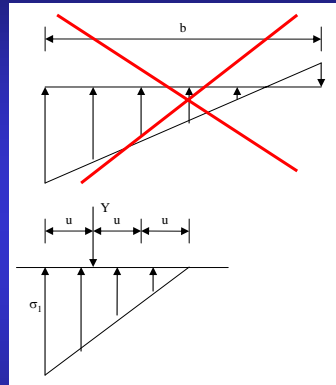
CASO 3: $e > b/6$

Il punto di applicazione del carico Y diventa punto di nocciolo di una nuova sezione ridotta.

$$\frac{\sigma_1 * 3u * 1}{2} = Y$$



$$\sigma_1 = \frac{2Y}{3u}$$



SPINTA DELLE TERRE

VERIFICA ALLO SCHIACCIAMENTO DEL MURO

La verifica allo schiacciamento richiede che:

$$\sigma_1 \leq K_t$$

$$K_t = \frac{P_u}{FS}$$

con: P_u = pressione massima ammissibile sul terreno di fondazione
FS = coefficiente di sicurezza

Secondo il DM 11/03/1988, il confronto fra σ_1 e K_t deve tener conto anche dell'inclinazione della risultante. Per questo si accetta **FS = 2**.

La σ_1 calcolata con le espressioni della pressoflessione sarebbe esatta per un **TERRENO PERFETTAMENTE ELASTICO**.

SPINTA DELLE TERRE COMPORTAMENTO REALE DEL TERRENO

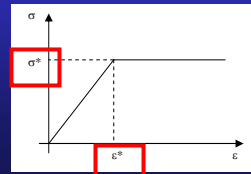
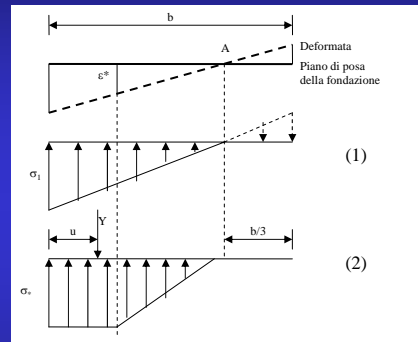
Come si può tener conto del comportamento elasto-plastico del terreno?

Si ipotizza che la fondazione ruoti attorno al punto A. Poiché la struttura è molto rigida, gli spostamenti giacciono su di una retta.

Se fossimo in campo lineare, le tensioni avrebbero un andamento triangolare (1).

In campo elasto-plastico, invece, si ha il diagramma σ - ε in figura. Si individua:
 ε^* = ε di plasticizzazione
 σ^* = σ di plasticizzazione

Si individua, così, un diagramma trapezoidale:
 $\varepsilon < \varepsilon^*$: andamento lineare
 $\varepsilon > \varepsilon^*$: andamento costante ($\sigma = \sigma^*$)

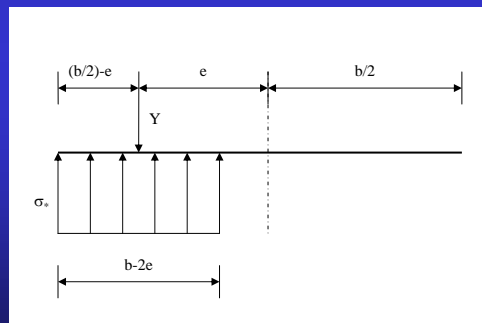


SPINTA DELLE TERRE COMPORTAMENTO REALE DEL TERRENO

In realtà la σ^* è sovrastimata. ➡ Si utilizza metodo di Mejerhof.

Si considera un diagramma resistente rettangolare, di intensità pari a σ^* , che si estende per un larghezza pari a $(b-2e)$. Il carico Y è centrato.

$$\sigma^* = \frac{Y}{1 * (b - 2e)}$$



SPINTA DELLE TERRE SOVRACCARICO

Tensioni verticali:

$$z = 0: \sigma_v = q$$

$$z = H: \sigma_v = q + \gamma H$$

Tensioni orizzontali:

$$z = 0: \sigma_{h0} = qK_A$$

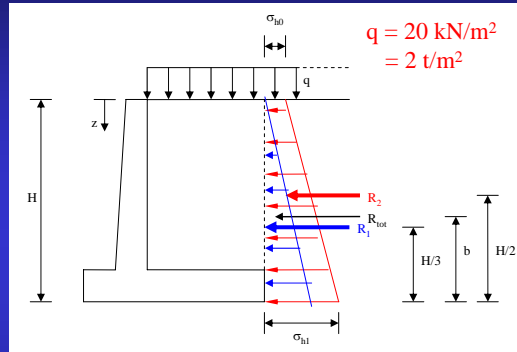
$$z = H: \sigma_{h1} = (q + \gamma H)K_A$$

Spinte risultanti:

$$R_1 = S_A = \frac{1}{2} \gamma H^2 K_A \quad (\text{Coincide con la spinta attiva del caso senza sovraccarico})$$

$$R_2 = qHK_A \quad (\text{Relativa al solo sovraccarico})$$

$$R_{TOT} = R_1 + R_2 \quad \Rightarrow \quad bR_{TOT} = \frac{H}{3} R_1 + \frac{H}{2} R_2$$



SPINTA DELLE TERRE TERRENO IN FALDA

Tensioni verticali:

$$z = 0: \sigma_v = q$$

$$z = H - H_w: \sigma_v = q + \gamma(H - H_w)$$

$$z = H: \sigma_v = q + \gamma H - \gamma_w H_w$$

Tensioni orizzontali:

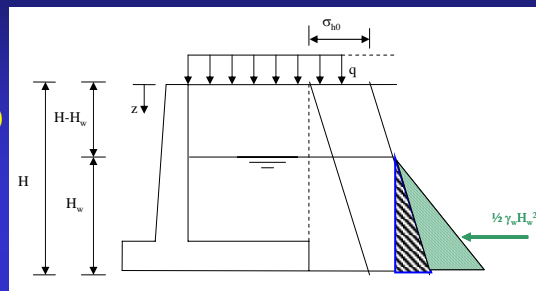
$$z = 0: \sigma_{h0} = qK_A$$

$$z = H - H_w: \sigma_{h1} = qK_A + \gamma(H - H_w)K_A$$

$$z = H: \sigma_{h2} = qK_A + \gamma HK_A - \gamma_w H_w K_A$$

La pressione neutra da un lato diminuisce la tensione efficace, dall'altro agisce con la spinta idrostatica su tutto il paramento. Tale spinta vale:

$$S_w = \frac{1}{2} \gamma_w H_w^2$$



SPINTA DELLE TERRE TERRENO STRATIFICATO INCOERENTE

Tensioni verticali:

$$z = 0: \sigma_v = 0$$

$$z = H_1: \sigma_v = \gamma_1 H_1$$

$$z = H_1 + H_2: \sigma_v = \gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2$$

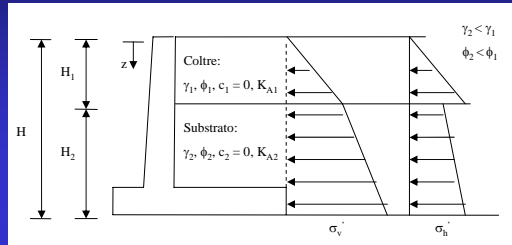
Tensioni orizzontali:

$$z = 0: \sigma_{h0} = 0$$

$$z = H_1: \sigma_h = \gamma_1 H_1 K_{A1}$$

$$\sigma_h = \gamma_1 H_1 K_{A2}$$

$$z = H_1 + H_2: \sigma_h = (\gamma_1 H_1 + \gamma_2 H_2) K_{A2}$$



SPINTA DELLE TERRE TERRENO STRATIFICATO COESIVO

Si esamina una verifica a lungo termine (coesione drenata)

$$\sigma_A = \gamma z K_A - 2c\sqrt{K_A}$$

Tensioni orizzontali:

$$z = 0: \sigma_h = -2cK_A^{1/2}$$

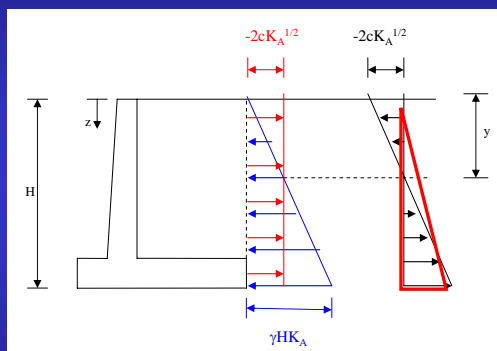
$$z = H: \sigma_h = \gamma H K_A - 2cK_A^{1/2}$$

Grafico risultante a farfalla

Esistono anche delle
tensioni di trazione



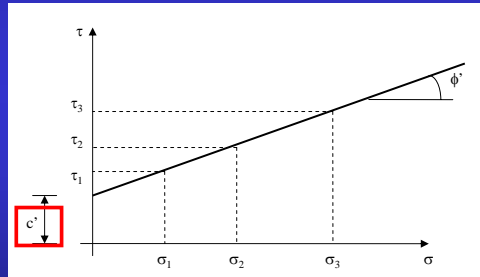
Il diagramma da adottare è triangolare.



SPINTA DELLE TERRE TERRENO STRATIFICATO COESIVO

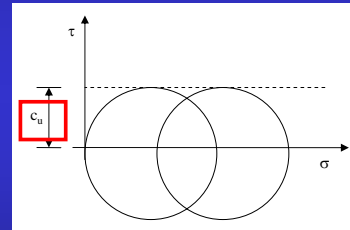
La coesione si valuta mediante prove triassiali. Si sottopongono i campioni a diversi valori di tensione verticale e li si porta a rottura.

Prova drenata



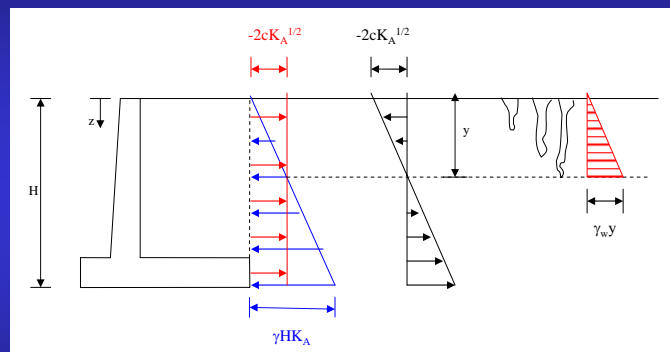
$$c' = 2 \div 4 \text{ t/m}^2$$

Prova non drenata



SPINTA DELLE TERRE TERRENO STRATIFICATO COESIVO

Determinazione del punto in cui si annullano le σ_a



$$\sigma_A = \gamma z K_A - 2c' \sqrt{K_A}$$

$$\sigma_A = 0$$



$$y = \frac{2c' \sqrt{K_A}}{\gamma K_A} = \frac{2c'}{\gamma \sqrt{K_A}}$$

SPINTA DELLE TERRE

STRUTTURE DI SOSTEGNO IN ZONA SISMICA

TEORIA DI MONONOBE - OKABE

- α è diverso da ρ (caso statico di Coulomb), quindi $\lambda_{A,sism}$ non è direttamente correlabile con $\lambda_{A,statica}$;
- Il metodo ha gli stessi difetti della teoria di Coulomb;
- Non è noto il punto d'applicazione di S_A lungo il paramento;
- L'incremento sismico della spinta è:
$$\Delta S_{A,sism} = S_{A,sism} - S_{A,statica}$$
e si considera applicato a 0.6h dalla base.

SPINTA DELLE TERRE

STRUTTURE DI SOSTEGNO IN ZONA SISMICA

ESEMPIO: CALCOLO DI $\Delta S_{A,sism}$

DATI:

$$h = 4 \text{ m}$$

$$\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$$

$$\varphi = 30^\circ$$

$$\beta = 0$$

$$i = 0$$

$$\delta = 0$$

$$k_v = 0$$

$$k_h = 0.1$$

$$\mathcal{G} = 5.71^\circ$$

$$\Delta S_{A,sism} = 9.1 \text{ kN/m}$$

$$S_{A,statica} = 48.0 \text{ kN/m}$$

$$S_{A,sism} = 57.1 \text{ kN/m}$$

$$\lambda_{A,sism} = 0.397 \quad \lambda_{A,statica} = 0.333$$

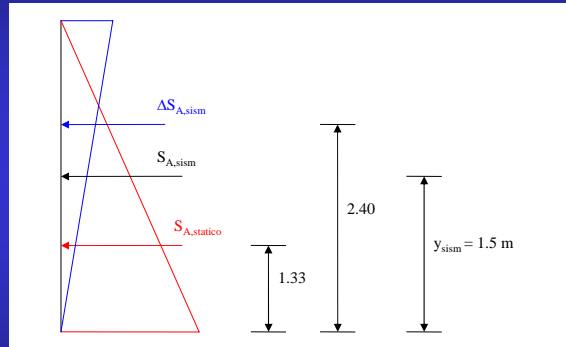
SPINTA DELLE TERRE

STRUTTURE DI SOSTEGNO IN ZONA SISMICA

ESEMPIO: PUNTO D'APPLICAZIONE DI $S_{A,sism}$

$$y_{A,sism} = 0.6 * h = 2.4m$$

$$y_{A,statico} = \frac{h}{3} = 1.33m$$



$$y_{sism} = \frac{(\Delta S_{A,sism} * y_{A,sism}) + (S_{A,statico} * y_{A,statico})}{(\Delta S_{A,sism} + S_{A,statico})} = \frac{(9.1 * 2.4) + (48 * 1.33)}{(9.1 + 48)} = 1.5m$$

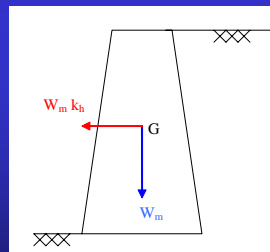
SPINTA DELLE TERRE

STRUTTURE DI SOSTEGNO IN ZONA SISMICA

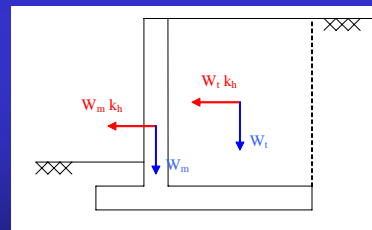
TEORIA DI MONONOBE - OKABE

Ai fini delle verifiche del muro si deve tenere conto del contributo della massa della struttura (instabilizzante).

MURO A GRAVITÀ



MURO AD L



Il terreno sovrastante la zattera di fondazione si considera appartenente alla struttura.

SPINTA DELLE TERRE

STRUTTURE DI SOSTEGNO IN ZONA SISMICA NORMATIVA ITALIANA (DM 16/01/1996)

Non contempla le azioni verticali.

$$\vartheta = \arctg C \quad C = \frac{S-2}{100}$$

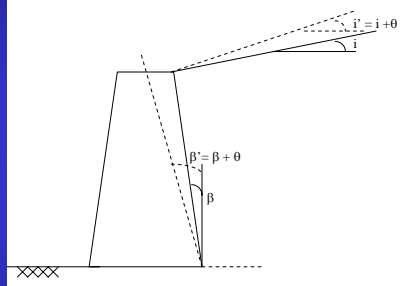
C = coefficiente di intensità sismica;

La spinta compressiva (statica + sismica) vale:

$$F_s = A * F'$$

F' è la spinta statica calcolata con gli angoli i' (invece di i) e β' (invece di β)

$$A = \frac{\cos^2(\beta + \theta)}{\cos^2 \beta \cos \theta}$$



SPINTA DELLE TERRE

STRUTTURE DI SOSTEGNO IN ZONA SISMICA NORMATIVA ITALIANA (DM 16/01/1996)

Incremento di spinta sismica:

$$\Delta F = F_{SISMICA} - F_{STATICA} = F_s - F$$

ΔF è applicato a $(2/3)h$ dalla base del muro.

Le verifiche sismiche possono essere omesse per $h < 3$ m.

Si deve considerare la spinta dovuta alla massa strutturale $F_i = CW$ in direzione orizzontale.

SPINTA DELLE TERRE
STRUTTURE DI SOSTEGNO IN ZONA SISMICA
NORMATIVA ITALIANA (DM 16/01/1996)

ESEMPIO: CALCOLO DI ΔF

DATI:

$h = 4 \text{ m}$

$\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$

$\varphi = 30^\circ$

$\beta = 0$

$i = 0$

$\delta = 0$

$k_v = 0$

$k_h = 0.1$

$C = 0.1$

$F_s = A * F' = 68 \text{ kN/m}$

$\Delta F = F_s - F = 20.1 \text{ kN/m}$

$F' = 68.4 \text{ kN/m}$

$F = \frac{1}{2} \gamma h^2 \lambda_A = 47.9 \text{ kN/m}$

$i' = i + \vartheta = 5.71^\circ$

$\beta' = \beta + \vartheta = 5.71^\circ$

$\vartheta = 5.71^\circ$

$A = 0.995$

SPINTA DELLE TERRE
STRUTTURE DI SOSTEGNO IN ZONA SISMICA
NORMATIVA ITALIANA (DM 16/01/1996)

ESEMPIO: PUNTO D'APPLICAZIONE DI F_s

$\Delta F = 20.1 \text{ kN/m} \rightarrow \frac{2}{3} h = 2.66 \text{ m}$

$F = 47.9 \text{ kN/m} \rightarrow \frac{h}{3} = 1.33 \text{ m}$

$y_{sism} = \frac{(20.1 * 2.66) + (47.9 * 1.33)}{(20.1 + 47.9)} = 1.72 \text{ m}$